

## 1 Objectifs

Réaliser et exploiter un enregistrement d'un objet en mouvement. Déterminer les coordonnées du vecteur position  $\overrightarrow{OM}$  en fonction du temps et en déduire les coordonnées des vecteurs vitesse  $\vec{v}$  et accélération  $\vec{a}$ .

## 2 La motoneige : un moyen de transport hivernal

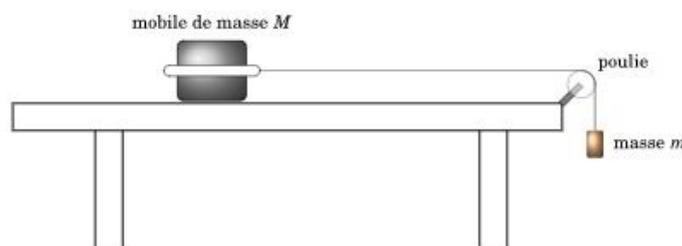
### Document 1 : La motoneige

Sur une piste enneigée horizontale, le traineau tracté par une motoneige est un moyen de transport pour se déplacer. Au démarrage, du fait de la force motrice de la motoneige, le traineau subit une accélération. Il passe d'une vitesse de 0 à  $70 \text{ km.h}^{-1}$  en 5 s.



### Document 2 : Modélisation

La situation réelle de la motoneige a été modélisée au laboratoire en utilisant une table horizontale, un mobile auto-porteur, un fil inextensible, une poulie et une masse marquée. La masse reliée au mobile via une poulie permet d'exercer une force horizontale constante. L'expérience est schématisée de profil ci-contre.



- ① Associer les objets du modèle (mobile autoporteur, masse marquée et table) à ceux de la situation réelle (piste enneigée, traineau et motoneige).
- ② Expliquer pourquoi on utilise un mobile autoporteur.
- ③ Donner le rôle de la masse marquée.

## 3 Etude du mouvement du mobile

### 3.1 Expérience

Le mobile autoporteur, initialement immobile, est relié à une masse marquée par l'intermédiaire d'une ficelle tendue passant par la gorge d'une poulie. Lorsqu'on lâche le mobile autoporteur, la masse marquée tombe, le mobile autoporteur est mis en mouvement. On enregistre les positions successives du mobile à des intervalles de temps égaux  $\Delta t = 40 \text{ ms}$ . L'enregistrement de ce mouvement est donné dans le document 4. Ce document est à l'échelle réelle.

- ① Donner le nom du référentiel dans lequel est étudié le mouvement du mobile autoporteur.
- ② Donner l'allure de la trajectoire du mobile autoporteur.
- ③ Indiquer comment évolue la vitesse au cours du temps.
- ④ Qualifier le mouvement du mobile à l'aide des termes suivants : uniforme (lorsque la vitesse est constante), rectiligne (lorsque la trajectoire est une droite), ralenti (lorsque la vitesse diminue) et accéléré (lorsque la vitesse augmente). Justifier chaque terme utilisé.

### 3.2 Etude des positions successives du mobile et du vecteur position $\vec{OM}$

- ① Indiquer, sur le tracé du document, le sens de déplacement du mobile autoporteur (par une flèche) et les positions  $O, M_1, \dots, M_{16}$  du mobile au cours de son déplacement.
- ② Faire un tableau de mesures avec Calc. Placer, dans la première colonne, les noms des positions  $O, M_1, \dots, M_{16}$  du mobile puis dans une deuxième colonne les valeurs de  $t$  en secondes (les positions successives du mobile sont enregistrées à des intervalles de temps égaux  $\Delta t = 40$  ms) et dans la troisième, les valeurs de l'abscisse  $x$  en mètres. Le premier point  $O$  correspondant à l'abscisse  $x = 0$ , servira d'origine, et il est associé à  $t = 0$ .
- ③ Tracer la courbe  $x = f(t)$ . (On choisira le modèle polynomiale d'ordre 2. On forcera le passage par l'origine, on affichera l'équation et on remplacera  $x$  par  $t$  et  $f(x)$  par  $x(t)$ )
- ④ Donner l'allure de la courbe obtenue.
- ⑤ A partir de l'équation de la courbe donnée par la modélisation de Calc, donner l'expression de la fonction  $x(t)$ .
- ⑥ Dériver la fonction  $x(t)$  afin d'obtenir la fonction dérivée  $v(t)$ .
- ⑦ Puis dériver à nouveau la fonction  $v(t)$  pour obtenir la fonction  $a(t)$ .
- ⑧ Donner les coordonnées du vecteur position  $\vec{OM}_5$  puis représenter ce vecteur  $\vec{OM}_5$  sur le document 4.

### 3.3 Etude des vitesses successives du mobile et du vecteur vitesse $\vec{v}$

Le vecteur vitesse  $\vec{v}(t)$  de  $M$  à la date  $t$  est la dérivée du vecteur position par rapport au temps :

$$\vec{v}(t) = \frac{d\vec{OM}}{dt}$$

Le vecteur vitesse  $\vec{v}(t)$  a pour abscisse :  $v_x = \frac{dx}{dt}$

- ① Ajouter une quatrième colonne au tableau pour calculer les valeurs de la vitesse  $v$ . Calculer, en  $m.s^{-1}$ , les valeurs  $v_1, v_2, \dots, v_{15}$  des vecteurs vitesses  $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \dots, \vec{v}_{15}$ . (On ne peut pas calculer les vitesses  $v_0$  et  $v_{16}$  correspondant respectivement aux positions  $O$  et  $M_{16}$ ). Les valeurs des vitesses se calculent de la façon suivantes :

$$v_1 = \frac{x_2(M_2) - x_0(O)}{2\Delta t}$$

	A	B	C
1	t(s)	x(m)	v (m.s-1)
2		0	0
3	0,04	0,001	0,05
4	0,08	0,004	0,1

- ② Donner les coordonnées du vecteur vitesse  $\vec{v}_8$  puis représenter, sur le document 4, le vecteur vitesse  $\vec{v}_8$  ayant pour origine  $M_8$ . Echelle : 1,0 cm pour 0,20  $m.s^{-1}$ .
- ③ Tracer la courbe  $v = f(t)$ . (On affichera l'équation et on remplacera  $x$  par  $t$  et  $f(x)$  par  $v(t)$ )
- ④ Donner l'allure de la courbe obtenue.
- ⑤ A partir de l'équation de la courbe donnée par la modélisation de Calc, donner l'expression de la fonction  $v(t)$ .
- ⑥ L'expression de  $v(t)$  est-elle en accord avec l'expression obtenue par le calcul de la dérivée de la fonction  $x(t)$  à la question 3.2. ⑥.

### 3.4 Etude des accélérations successives du mobile et du vecteur accélération $\vec{a}$

Le vecteur accélération  $\vec{a}(t)$  de  $M$  à la date  $t$  est la dérivée du vecteur vitesse par rapport au temps :  $\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}(t)}{dt}$

Le vecteur accélération  $\vec{a}(t)$  a pour abscisse :  $a_x = \frac{dv_x}{dt}$

- ① Ajouter une cinquième colonne au tableau pour calculer les valeurs de l'accélération  $a$ . Calculer, en  $m.s^{-2}$ , les valeurs  $a_2, a_3, \dots, a_{14}$  des vecteurs accélérations  $\vec{a}_2, \vec{a}_3, \dots, \vec{a}_{14}$ . (On ne peut pas calculer les accélérations  $a_1$  et  $a_{15}$  correspondant respectivement aux positions  $M_1$  et  $M_{15}$ ). Les valeurs des accélérations se calculent de la façon suivantes :

$$a_2 = \frac{v_3(M_3) - v_1(M_1)}{2\Delta t}$$

- ② Donner les coordonnées du vecteur accélération  $\vec{a}_{12}$  puis représenter, sur le document 4, le vecteur accélération  $\vec{a}_{12}$  ayant pour origine  $M_{12}$ . Echelle : 1,0 cm pour 1  $m.s^{-2}$ .
- ③ Que peut-on dire de la valeur de l'accélération ?
- ④ Calculer la valeur moyenne de l'accélération  $a_{moy}$  et donner sa valeur.
- ⑤ La valeur moyenne de l'accélération  $a_{moy}$  est-elle en accord avec l'expression obtenue par le calcul de la dérivée de la fonction  $v(t)$  à la question 3.2. ⑦.
- ⑥ A partir du document 1, calculer,  $m.s^{-2}$ , l'accélération moyenne  $a_{moy}$  de la motoneige.

Document 4 : Trajectoire mobile autoporteur

