

Exercice 5 (D'après bac STL B Métropole Septembre 2014)

1. Stockage du lait

Après avoir été stérilisé, le lait est stocké dans une cuve cylindrique de hauteur $H = 5,00$ m et de surface de base $S = 2,00$ m². On s'intéresse dans cette partie aux forces exercées sur le fond de la cuve.

Quelques données :

- Masse volumique du lait : $\rho_{\text{lait}} = 1,03.10^3$ kg.m⁻³
- Intensité de la pesanteur : $g = 9,81$ N.kg⁻¹
- L'intensité F (en N) de la force pressante qui s'exerce sur une surface S (en m²), soumise à une pression P (en Pa), se calcule par la relation : $F = P \times S$

Deux forces pressantes sont exercées de part et d'autre du fond de la cuve. La face intérieure est soumise à une pression due à l'atmosphère et à la présence du lait et la face extérieure uniquement à la pression atmosphérique.

On note : P_{atm} la pression atmosphérique et $P_{\text{relative lait}}$ la pression relative exercée par le lait.

- 1.1. Exprimer, sans la calculer, l'intensité F_{int} de la force exercée sur la face intérieure.
- 1.2. Même question pour l'intensité F_{ext} de la force exercée sur la face extérieure.
- 1.3. En déduire que l'intensité F_R de la force résultante de ces deux forces ne dépend que de la pression relative due au lait et de la surface du fond de la cuve.
- 1.4. Calculer l'intensité F_R .

2. Remplissage de la cuve

Pour remplir la cuve, il faut respecter certaines contraintes explicitées dans le document 1.

2.1. Sachant que la cuve a une contenance V de $10,0.10^3$ L, déterminer en heures le temps nécessaire pour remplir la cuve.

2.2. On rappelle que la relation entre le débit D , la vitesse d'écoulement v et la section S de la canalisation s'écrit : $D = v \times S$

2.2.1. Préciser dans quelles unités du système international il faut exprimer chaque terme de la relation.

2.2.2. À débit constant, comment évolue la vitesse du liquide quand la section de la canalisation augmente ?

2.3. À l'aide du document B1, montrer que la section de la canalisation doit être supérieure ou égale à $S = 7,8$ cm².

2.4. En déduire le diamètre d minimum de la canalisation.

On rappelle que la surface d'un disque s'exprime en fonction du rayon R par la relation : $S = \pi \times R^2$

Document 1. Contraintes de remplissage de la cuve :

Pour remplir la cuve, en fonctionnement optimal le lait circule dans les tuyauteries avec un débit de $1,4$ L.s⁻¹.

Le lait ne doit pas circuler dans les canalisations à une vitesse supérieure à $1,8$ m.s⁻¹ afin d'éviter les frottements trop élevés entre le lait et les parois de la canalisation qui pourraient entraîner la formation de dépôts de matière organique.